

Des nombres premiers

Prof. Dr. André Maisseu

a.maisseu@bluewin.ch

www.andre.maisseu.org

Résumé :

Cet article propose une représentation par scissiparité des nombres entiers tels que

$$P = 6N_p \pm 1 = 6 |i| * |j| \pm |i| \pm |j|$$

en deux nombres, i et j appelés « coefficients » du dit nombre P . $N_p(i, j)$ est appelé indice de P . C'est également un nombre entier.

Pour les nombres composés, les coefficients, i et j , sont rationnels; pour les nombres premiers, i et j , sont irrationnels.

A partir de l'indice N_p , il est déduit un co-indice premier, Q_p , et un co-indice second, M_p . Selon que ce second indice, M_p , est égal ou non à la différence de deux carrés, P sera composé ou premier.

L'application d'une extension de la formule de Stirling à P , à son indice N_p , à ses deux co-indices, Q_p et M_p , et aux deux coefficients i et j , permet leur représentation selon les formules habituelles de l'analyse combinatoire. (Ces développements ont été présentés dans un article publié dans la revue du MIPHI (Moscou) ВЕСТНИК НАЦИОНАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ЯДЕРНОГО УНИВЕРСИТЕТА "МИФИ", 2019, том 8, № 2, с. 175–178)

Mots clefs :

Scissiparité, nombre entier, nombre composé, nombre rationnel, nombre irrationnel, différence de deux carrés, analyse combinatoire, formule de Stirling.

1. Relation fondamentale

1.1. Préliminaires

Les coefficients binomiaux

La notion de coefficients binomiaux usuellement définis à partir d'entiers naturels strictement rationnels, est étendu aux nombres irrationnels :

$$C_{(2, n)} = n(n-1)/2$$

Différence de deux carrés

Selon Stirling :

- $Y^2 - X^2 = (Y - X) + 2 [C_{(2, Y)} - C_{(2, X)}]$
- La différence de deux carrés consécutifs est un impair ; Réciproquement, tout impair est différence de deux carrés consécutifs.

$$(n+1)^2 - n^2 = 2n+1$$

- Plus généralement, un entier est différence de deux carrés s'il peut s'écrire comme une somme d'impairs consécutifs. Par exemple :

$$40 = 7^2 - 3^2 = 13+11+9+7 = [(13+7)/2]*4 = 40$$

D'où la règle :

« Tout entier qui peut s'écrire sous la forme d'une somme d'impairs consécutifs, est égal à la différence de deux carrés. »

1.2. Indice et coefficients du nombre P

Tous les nombres premiers, $P > 3$, peuvent s'écrire sous la forme,

$$P = 6N_P \pm 1$$

avec N_P , défini comme l'indice du nombre P .

Mais tous les nombres ayant cette forme ne sont pas premiers. La famille $\mathcal{F}_P$, de nombres définis comme satisfaisant cette relation comprend **tous** les nombres premiers **et des** nombres composés.

Selon A. Maïsseu et B. Maïsseu¹, pour tout nombre $P \in \mathcal{F}_P$, il est possible de trouver des nombres i et j tels que $N = 6 * |i| * |j| \pm (i + j)$. i et j sont appelé les coefficients de l'indice N du nombre P .

En appelant N , l'indice du nombre P , i et j , les racines de l'indice N ,
on a $S = i + j$, et $\Pi = |i| * |j|$.

D'où la relation entre la somme et le produit des racines de l'indice N du nombre P

$$N = 6 \Pi \pm S$$

Il vient immédiatement que i et j sont les racines de l'équation du second degré :

$$X^2 - SX + \Pi = 0$$

Ce qui entraine l'extension de i et j à l'ensemble des nombres algébriques réels, tout nombre algébrique étant solution d'une équation polynomiale non nulle à coefficients rationnels,

D'où une première condition de primalité pour un nombre entier naturel :

- Lorsque i et j sont des entiers naturels, strictement rationnels, P est un nombre composé ;
- Lorsque i et j sont irrationnels, P est un nombre premier.

2. Décomposition de l'ensemble $\mathcal{F}_P$ en deux sous-ensembles

Les nombres premiers et composés, définis par la relation $P = 6N_P \pm 1$, appartiennent à un même ensemble $\mathcal{F}$. Ils se décomposent, qu'ils soient premiers ou composés, en deux sous-familles, $\mathcal{F}_V$ et $\mathcal{F}_{VII}$, selon que $P = 6N_P - 1$ ou que $P = 6N_P + 1$, c'est-à-dire selon que i et j sont de signes différents ou de même signe. Chacune de ces deux familles sont elles-mêmes décomposables en six sous-familles

2.1. $\mathcal{F}_V : P = 6N_P - 1$; i et j sont de signes différents ; $\Pi(i, j) = i*j < 0$

Les six sous-familles de $\mathcal{F}_V$ sont :

- $P \in \mathcal{F}_V[-1]$ avec $P = (-1) + k*36$ ou $P \equiv (-1) \text{ mod } 36 \rightarrow N \equiv 0 \text{ mod } 6$
- $P \in \mathcal{F}_V[5]$ avec $P = 5 + k*36$ ou $P \equiv 5 \text{ mod } 36 \rightarrow N \equiv 1 \text{ mod } 6$
- $P \in \mathcal{F}_V[11]$ avec $P = 11 + k*36$ ou $P \equiv 11 \text{ mod } 36 \rightarrow N \equiv 2 \text{ mod } 6$
- $P \in \mathcal{F}_V[17]$ avec $P = 17 + k*36$ ou $P \equiv 17 \text{ mod } 36 \rightarrow N \equiv 3 \text{ mod } 6$
- $P \in \mathcal{F}_V[23]$ avec $P = 23 + k*36$ ou $P \equiv 23 \text{ mod } 36 \rightarrow N \equiv 4 \text{ mod } 6$
- $P \in \mathcal{F}_V[29]$ avec $P = 29 + k*36$ ou $P \equiv 29 \text{ mod } 36 \rightarrow N \equiv 5 \text{ mod } 6$

1) $P \in \mathcal{F}_V[-1]$ avec $P = (-1) + k*36 \rightarrow P \equiv (-1) \text{ mod } 36 \rightarrow N_P \equiv 0 \text{ mod } 6$

P	N	i	j	Δ	$P = 9\Delta - \Delta^2$	$X = 6i-1$	$Y = 6j+1$
-1	0	$\sqrt{0}$	$-\sqrt{0}$	0	$0 = 0 - 1^2$	$(\sqrt{0}*6)-1$	$(-\sqrt{0}*6)+1$
35	6	1	-1	2^2	$35 = 6^2 - 1^2$	5	7
71	12	$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	8	$71 = 12^2 - 1^2$	$(\sqrt{2}*6)-1$	$(-\sqrt{2}*6)+1$
107	18	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$	12	$107 = 18^2 - 1^2$	$(\sqrt{3}*6)-1$	$(-\sqrt{3}*6)+1$
143	24	2	-2	16	$143 = 24^2 - 1^2$	11	13
179	30	$\sqrt{5}$	$-\sqrt{5}$	20	$179 = 30^2 - 1^2$	$(\sqrt{5}*6)-1$	$(-\sqrt{5}*6)+1$

¹ Article publié dans le journal scientifique du MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute) : ВЕСТНИК НАЦИОНАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ЯДЕРНОГО УНИВЕРСИТЕТА "МИФИ", 2019, том 8, № 2, с. 175–178

215	36	1	-7	8^2	$215 = 24^2 - 19^2$	5	43
251	42	$\sqrt{7}$	$-\sqrt{7}$	28	$251 = 252 - 1^2$	$(\sqrt{7}*6)-1$	$(\sqrt{7}*6)+1$
287	48	7	-1	8^2	$287 = 24^2 - 17^2$	7	41
323	54	3	-3	6^2	$323 = 18^2 - 1^2$	17	19
359	60	$\sqrt{10}$	$-\sqrt{10}$	40	$359 = 360 - 1^2$	$(\sqrt{10}*6)-1$	$(\sqrt{10}*6)+1$
395	66	1	-13	14^2	$395 = 42^2 - 37^2$	5	79
431	72	$\sqrt{12}$	$-\sqrt{12}$	48	$431 = 432 - 1^2$	$(\sqrt{12}*6)-1$	$(\sqrt{12}*6)+1$

etc ...

2) $P \in \mathcal{F}_V[5]$ avec $P = 5 + k*36 \rightarrow P \equiv 5 \pmod{36} \rightarrow N_P \equiv 1 \pmod{6}$

P	N	i	j	Δ	$P = 9\Delta - \chi^2$	$X = 6i-1$	$Y = 6j+1$
5	1	1	0	1	$5 = 3^2 - 2^2$	1	5
41	7	$(1 + \sqrt{5})/2$	$(1 - \sqrt{5})/2$	5	$41 = 45 - 2^2$	$(1 + \sqrt{5})*3-1$	$(1 - \sqrt{5})*3+1$
77	13	2	-1	9	$77 = 9^2 - 2^2$	7	11
113	19	$(1 + \sqrt{13})/2$	$(1 - \sqrt{13})/2$	13	$113 = 117 - 2^2$	$(1 + \sqrt{13})*3-1$	$(1 - \sqrt{13})*3+1$
149	25	$(1 + \sqrt{17})/2$	$(1 - \sqrt{17})/2$	17	$149 = 153 - 2^2$	$(1 + \sqrt{17})*3-1$	$(1 - \sqrt{17})*3+1$
185	31	1	-6	21	$185 = 21^2 - 16^2$	5	37
221	37	3	-2	25	$221 = 15^2 - 2^2$	13	17
257	43	$(1 + \sqrt{29})/2$	$(1 - \sqrt{29})/2$	29	$257 = 261 - 2^2$	$(1 + \sqrt{29})*3-1$	$(1 - \sqrt{29})*3+1$
293	49	$(1 + \sqrt{33})/2$	$(1 - \sqrt{33})/2$	33	$293 = 297 - 2^2$	$(1 + \sqrt{33})*3-1$	$(1 - \sqrt{33})*3+1$
329	55	8	-1	37	$329 = 27^2 - 20^2$	7	47
365	61	1	-12	41	$365 = 39^2 - 34^2$	5	73
401	67	$(1 + \sqrt{45})/2$	$(1 - \sqrt{45})/2$	45	$401 = 405 - 2^2$	$(1 + \sqrt{45})*3-1$	$(1 - \sqrt{45})*3+1$

etc ...

3) $P \in \mathcal{F}_V[11]$ avec $P = 11 + k*36$ ou $P \equiv 11 \pmod{36} \rightarrow N_P \equiv 2 \pmod{6}$

P	N	i	j	Δ	$P = 9\Delta - \chi^2$	X	Y
11	2	2	0	2^2	$11 = 6^2 - 5^2$	1	11
47	8	$(1 + \sqrt{2})$	$(1 - \sqrt{2})$	8	$47 = 72 - 5^2$	$[1 + \sqrt{2}]*6-1$	$[1 - \sqrt{2}]*6+1$
83	14	$(1 + \sqrt{3})$	$(1 - \sqrt{3})$	12	$83 = 108 - 5^2$	$[1 + \sqrt{3}]*6-1$	$[1 - \sqrt{3}]*6+1$
119	20	3	-1	4^2	$119 = 12^2 - 5^2$	7	17
155	26	1	-5	6^2	$155 = 18^2 - 13^2$	5	31
191	32	$(1 + \sqrt{6})$	$(1 - \sqrt{6})$	24	$191 = 216 - 5^2$	$[1 + \sqrt{6}]*6-1$	$[1 - \sqrt{6}]*6+1$
227	38	$(1 + \sqrt{7})$	$(1 - \sqrt{7})$	28	$227 = 252 - 5^2$	$[1 + \sqrt{7}]*6-1$	$[1 - \sqrt{7}]*6+1$
263	44	$(1 + \sqrt{8})$	$(1 - \sqrt{8})$	32	$263 = 288 - 5^2$	$[1 + \sqrt{8}]*6-1$	$[1 - \sqrt{8}]*6+1$
299	50	4	-2	6^2	$299 = 18^2 - 5^2$	13	23
335	56	1	-11	12^2	$335 = 36^2 - 31^2$	5	67
371	62	-1	9	10^2	$371 = 30^2 - 23^2$	7	53
407	68	2	-6	8^2	$407 = 24^2 - 13^2$	11	37

etc ...

4) $P \in \mathcal{F}_V[17]$ avec $P = 17 + k*36$ ou $P \equiv 17 \pmod{36} \rightarrow N_P \equiv 3 \pmod{6}$

P	N	i	j	Δ	$P = 9\Delta - \chi^2$	X	Y
17	3	3	0	3^2	$17 = 9^2 - 8^2$	$6*8 - 1$	$0*0 + 1$
53	9	$(3 + \sqrt{13})/2$	$(3 - \sqrt{13})/2$	$13 = 3^2 + 4*1$	$53 = 117 - 8^2$	$[3 + \sqrt{13}]*3-1$	$[3 - \sqrt{13}]*3+1$
89	15	$(3 + \sqrt{17})/2$	$(3 - \sqrt{17})/2$	$17 = 3^2 + 4*2$	$89 = 153 - 8^2$	$[3 + \sqrt{17}]*3-1$	$[3 - \sqrt{17}]*3+1$
125	21	1	-4	5^2	$125 = 15^2 - 10^2$	5	25

161	27	4	-1	5^2	$161 = 15^2 - 8^2$	23	7
197	33	$(3 + \sqrt{29})/2$	$(3 - \sqrt{29})/2$	29	$197 = 261 - 8^2$	$[3 + \sqrt{29}]^*3-1$	$[3 - \sqrt{29}]^*3+1$
233	39	$(3 + \sqrt{33})/2$	$(3 - \sqrt{33})/2$	33	$233 = 297 - 8^2$	$[3 + \sqrt{33}]^*3-1$	$[3 - \sqrt{33}]^*3+1$
269	45	$(3 + \sqrt{37})/2$	$(3 - \sqrt{37})/2$	37	$269 = 333 - 8^2$	$[3 + \sqrt{37}]^*3-1$	$[3 - \sqrt{37}]^*3+1$
305	51	1	-10	11^2	$305 = 33^2 - 28^2$	5	61
341	57	2	-5	7^2	$341 = 21^2 - 10^2$	11	31
377	63	5	-2	7^2	$377 = 21^2 - 8^2$	29	13
413	69	10	-1	11^2	$413 = 33^2 - 26^2$	59	7

etc ...

5) $P \in \mathcal{F}_V[23]$ avec $P = 23 + k*36$ ou $P \equiv 23 \pmod{36} \rightarrow N_P \equiv 4 \pmod{6}$

P	N	i	j	Δ	$P = 9\Delta - \chi^2$	X	Y
23	4	4	0	4^2	$23 = 12^2 - 11^2$	23	1
59	10	$2 + \sqrt{5}$	$2 - \sqrt{5}$	20	$59 = 180 - 11^2$	$(2 + \sqrt{5})^*6-1$	$(2 - \sqrt{5})^*6+1$
95	16	1	-3	4^2	$95 = 12^2 - 7^2$	5	19
131	22	$2 + \sqrt{7}$	$2 - \sqrt{7}$	28	$131 = 252 - 11^2$	$(2 + \sqrt{7})^*6-1$	$(2 - \sqrt{7})^*6+1$
167	28	$2 + \sqrt{8}$	$2 - \sqrt{8}$	32	$167 = 288 - 11^2$	$(2 + \sqrt{8})^*6-1$	$(2 - \sqrt{8})^*6+1$
203	34	5	-1	6^2	$203 = 18^2 - 11^2$	29	7
239	40	$2 + \sqrt{10}$	$2 - \sqrt{10}$	40	$239 = 360 - 11^2$	$(2 + \sqrt{10})^*6-1$	$(2 - \sqrt{10})^*6-1$
275	46	2	-4	6^2	$275 = 18^2 - 7^2$	11	25
311	52	$2 + \sqrt{12}$	$2 - \sqrt{12}$	48	$311 = 432 - 11^2$	$(2 + \sqrt{12})^*6-1$	$(2 - \sqrt{12})^*6+1$
347	58	$2 + \sqrt{13}$	$2 - \sqrt{13}$	52	$347 = 468 - 11^2$	$(2 + \sqrt{13})^*6-1$	$(2 - \sqrt{13})^*6+1$
383	64	$2 + \sqrt{14}$	$2 - \sqrt{14}$	56	$383 = 504 - 11^2$	$(2 + \sqrt{14})^*6-1$	$(2 - \sqrt{14})^*6+1$
419	70	$2 + \sqrt{15}$	$2 - \sqrt{15}$	60	$419 = 540 - 11^2$	$(2 + \sqrt{15})^*6-1$	$(2 - \sqrt{15})^*6+1$

etc ...

6) $P \in \mathcal{F}_V[29]$ avec $P = 29 + k*36$ ou $P \equiv 29 \pmod{36} \rightarrow N_P \equiv 5 \pmod{6}$

P	N	i	j	Δ	$P = 9\Delta - \chi^2$	X	Y
29	5	5	0	5^2	$29 = 15^2 - 14^2$	29	1
65	11	1	-2	3^2	$65 = 9^2 - 4^2$	5	13
101	17	$(5 + \sqrt{33})/2$	$(5 - \sqrt{33})/2$	33	$101 = 297 - 14^2$	$(5 + \sqrt{33})^*3 - 1$	$(5 - \sqrt{33})^*3 + 1$
137	23	$(5 + \sqrt{37})/2$	$(5 - \sqrt{37})/2$	37	$137 = 333 - 14^2$	$(5 + \sqrt{37})^*3 - 1$	$(5 - \sqrt{37})^*3 + 1$
173	29	$(5 + \sqrt{41})/2$	$(5 - \sqrt{41})/2$	41	$173 = 369 - 14^2$	$(5 + \sqrt{41})^*3 - 1$	$(5 - \sqrt{41})^*3 + 1$
209	35	2	-3	5^2	$209 = 15^2 - 4^2$	11	19
245	41	6	-1	7^2	$245 = 21^2 - 14^2$	35	7
281	47	$(5 + \sqrt{53})/2$	$(5 - \sqrt{53})/2$	53	$281 = 477 - 14^2$	$(5 + \sqrt{53})^*3-1$	$(5 - \sqrt{53})^*3+1$
317	53	$(5 + \sqrt{57})/2$	$(5 - \sqrt{57})/2$	57	$317 = 513 - 14^2$	$(5 + \sqrt{57})^*3-1$	$(5 - \sqrt{57})^*3+1$
353	59	$(5 + \sqrt{61})/2$	$(5 - \sqrt{61})/2$	61	$353 = 549 - 14^2$	$(5 + \sqrt{61})^*3-1$	$(5 - \sqrt{61})^*3+1$
389	65	$(5 + \sqrt{65})/2$	$(5 - \sqrt{65})/2$	65	$389 = 585 - 14^2$	$(5 + \sqrt{65})^*3-1$	$(5 - \sqrt{65})^*3+1$
425	71	3	-4	7^2	$425 = 21^2 - 4^2$	17	25

2.2. $\mathcal{F}_{VII} : P = 6N_P + 1$; i et j de même signe ; $\Pi(i, j) = i*j > 0$

Les six sous-familles de $\mathcal{F}_{VII}$ sont :

- $P \in \mathcal{F}_{VII}[1]$ avec $P = 1 + k*36$ ou $P \equiv 1 \pmod{36} \rightarrow N_P \equiv 0 \pmod{6}$
- $P \in \mathcal{F}_{VII}[7]$ avec $P = 7 + k*36$ ou $P \equiv 7 \pmod{36} \rightarrow N_P \equiv 1 \pmod{6}$
- $P \in \mathcal{F}_{VII}[13]$ avec $P = 13 + k*36$ ou $P \equiv 13 \pmod{36} \rightarrow N_P \equiv 2 \pmod{6}$
- $P \in \mathcal{F}_{VII}[19]$ avec $P = 19 + k*36$ ou $P \equiv 19 \pmod{36} \rightarrow N_P \equiv 3 \pmod{6}$

- $P \in \mathcal{F}_{VII} [25]$ avec $P = 25 + k*36$ ou $P \equiv 25 \text{mod} 36 \rightarrow N_P \equiv 4 \text{mod} 6$
- $P \in \mathcal{F}_{VII} [31]$ avec $P = 31 + k*36$ ou $P \equiv 31 \text{mod} 36 \rightarrow N_P \equiv 5 \text{mod} 6$

1) $P \in \mathcal{F}_{VII} [1]$ avec $P = 1 + k*36$ ou $P \equiv 1 \text{mod} 36 \rightarrow N_P \equiv 0 \text{mod} 6$

P	N	i	j	Δ	$P = -9\Delta - \chi^2$	X	Y
1	0	0	0	0	$1 = 1^2 - 9*0^2$	1	1
37	6	6	0	6^2	$37 = 19^2 - 9*36$	$(3 + \sqrt{9})*6 + 1$	$(3 - \sqrt{9})*6 + 1$
73	12	$3 + \sqrt{8}$	$3 - \sqrt{8}$	32	$73 = 19^2 - 8*36$	$(3 + \sqrt{8})*6 + 1$	$ (3 - \sqrt{8}) *6 + 1$
109	18	$3 + \sqrt{7}$	$3 - \sqrt{7}$	28	$109 = 19^2 - 7*36$	$(3 + \sqrt{7})*6 + 1$	$ (3 - \sqrt{7}) *6 + 1$
145	24	-5	-1	4^2	$145 = 17^2 - 12^2$	29	5
181	30	$3 + \sqrt{5}$	$3 - \sqrt{5}$	20	$181 = 19^2 - 5*36$	$(3 + \sqrt{5})*6 + 1$	$ (3 - \sqrt{5}) *6 + 1$
217	36	5	1	4^2	$217 = 19^2 - 12^2$	7	31
253	42	-4	-2	2^2	$253 = 17^2 - 6^2$	23	11
289	48	-3	-3	0^2	$289 = 17^2 - 0^2$	17	17
325	54	4	2	2^2	$325 = 19^2 - 6^2$	25	13
	54	-11	-1	10^2	$325 = 35^2 - 30^2$	65	5
361	60	3	3	0^2	$361 = 19^2 - 0^2$	19	19
397	66	$6 + \sqrt{27}$	$6 - \sqrt{27}$	108	$397 = 37^2 - 27*36$	$(6 + \sqrt{27})*6 + 1$	$ (6 - \sqrt{27}) *6 + 1$
433	72	$6 + \sqrt{26}$	$6 - \sqrt{26}$	104	$433 = 37^2 - 26*36$	$(6 + \sqrt{26})*6 + 1$	$ (6 - \sqrt{26}) *6 + 1$

etc ...

2) $P \in \mathcal{F}_{VII} [7]$ avec $P = (7) + k*36$ ou $P \equiv 7 \text{mod} 36 \rightarrow N_P \equiv 1 \text{mod} 6$

P	N	i	j	Δ	$P = \chi^2 - 9\Delta$	X	Y
7	1	1	0	1	$7 = 4^2 - 9*1$	$(-5 + \sqrt{21})*3 - 1$	$(-5 - \sqrt{21})*3 - 1$
43	7	$(-5 + \sqrt{17})/2$	$(-5 - \sqrt{17})/2$	17	$43 = 14^2 - 9*17$	$(-5 + \sqrt{17})*3 - 1$	$(-5 - \sqrt{17})*3 - 1$
79	13	$(-5 + \sqrt{13})/2$	$(-5 - \sqrt{13})/2$	13	$79 = 14^2 - 9*13$	$(-5 + \sqrt{13})*3 - 1$	$(-5 - \sqrt{13})*3 - 1$
115	19	-1	-4	3^2	$115 = 14^2 - 9^2$	5	23
151	25	$(-5 + \sqrt{5})/2$	$(-5 - \sqrt{5})/2$	5	$151 = 14^2 - 9*5$	$(-5 + \sqrt{5})*3 - 1$	$(-5 - \sqrt{5})*3 - 1$
187	31	-2	-3	1	$187 = 14^2 - 3^2$	11	17
223	37	$(-11 + \sqrt{89})/2$	$(-11 - \sqrt{89})/2$	89	$223 = 32^2 - 9*89$	$(-11 + \sqrt{89})*3 - 1$	$(-11 - \sqrt{89})*3 - 1$
259	43	1	6	5^2	$259 = 22^2 - 15^2$	7	37
295	49	-1	-10	9^2	$295 = 32^2 - 27^2$	5	59
331	55	$(-11 + \sqrt{77})/2$	$(-11 - \sqrt{77})/2$	77	$331 = 32^2 - 9*77$	$(-11 + \sqrt{77})*3 - 1$	$(-11 - \sqrt{77})*3 - 1$
367	61	$(-11 + \sqrt{73})/2$	$(-11 - \sqrt{73})/2$	7	$367 = 32^2 - 9*73$	$(-11 + \sqrt{73})*3 - 1$	$(-11 - \sqrt{73})*3 - 1$
403	67	2	5	3^2	$403 = 22^2 - 9^2$	13	31

etc ...

3) $P \in \mathcal{F}_{VII} [13]$ avec $P = (13) + k*36$ ou $P \equiv 13 \text{mod} 36 \rightarrow N_P \equiv 2 \text{mod} 6$

P	N	i	j	Δ	$P = \chi^2 - 9\Delta$	X	Y
13	2	2	0	2^2	$13 = 7^2 - 6^2$	13	1
49	8	1	1	0	$49 = 7^2 - 3^2$	7	7
85	14	-3	-1	2^2	$85 = 11^2 - 6^2$	17	5
121	20	-2	-2	4^2	$121 = 11^2 - 3^2$	11	11
157	26	$(-8 + \sqrt{52})/2$	$(-8 - \sqrt{52})/2$	52	$157 = 25^2 - 9*52$	$(-8 + \sqrt{52})*3 + 1$	$(-8 - \sqrt{52})*3 + 1$
193	32	$(-8 + \sqrt{48})/2$	$(-8 - \sqrt{48})/2$	48	$193 = 25^2 - 9*48$	$(-8 + \sqrt{48})*3 + 1$	$(-8 - \sqrt{48})*3 + 1$
229	38	$(-8 + \sqrt{44})/2$	$(-8 - \sqrt{44})/2$	44	$229 = 25^2 - 9*44$	$(-8 + \sqrt{44})*3 + 1$	$(-8 - \sqrt{44})*3 + 1$

265	44	-9	-1	8^2	$265 = 29^2 - 24^2$	53	5
301	50	7	1	6^2	$301 = 25^2 - 18^2$	43	7
337	56	$(-8+\sqrt{32})/2$	$(-8-\sqrt{32})/2$	32	$337 = 25^2 - 9*32$	$ (-8+\sqrt{32}) *3+1$	$ (-8-\sqrt{32}) *3+1$
373	62	$(-8+\sqrt{28})/2$	$(-8-\sqrt{28})/2$	28	$373 = 25^2 - 9*28$	$ (-8+\sqrt{28}) *3+1$	$ (-8-\sqrt{28}) *3+1$
409	68	$(-8+\sqrt{24})/2$	$(-8-\sqrt{24})/2$	24	$409 = 25^2 - 9*24$	$ (-8+\sqrt{24}) *3+1$	$ (-8-\sqrt{24}) *3+1$

etc ...

4) $P \in \mathcal{F}_{VII} [19]$ avec $P = (19) + k*36$ ou $P \equiv 19 \pmod{36} \rightarrow N_P \equiv 3 \pmod{6}$

P	N	i	j	Δ	$P = \chi^2 - 9\Delta$	X	Y
19	3	3	0	3^2	$19 = 10^2 - 9^2$	19	1
55	9	-1	-2	1	$55 = 8^2 - 3^2$	5	11
91	15	1	2	1	$91 = 10^2 - 3^2$	7	13
127	21	$(9+\sqrt{73})/2$	$(9-\sqrt{73})/2$	73	$127 = 28^2 - 9*73$	$(9+\sqrt{73})*3+1$	$(9-\sqrt{73})*3+1$
163	27	$(9+\sqrt{69})/2$	$(9-\sqrt{69})/2$	69	$163 = 28^2 - 9*69$	$(9+\sqrt{69})*3+1$	$(9-\sqrt{69})*3+1$
199	33	$(9+\sqrt{65})/2$	$(9-\sqrt{65})/2$	65	$199 = 28^2 - 9*65$	$(9+\sqrt{65})*3+1$	$(9-\sqrt{65})*3+1$
235	39	-1	-8	7^2	$235 = 26^2 - 21^2$	5	47
271	45	$(9+\sqrt{57})/2$	$(9-\sqrt{57})/2$	57	$271 = 28^2 - 9*57$	$(9+\sqrt{57})*3+1$	$(9-\sqrt{57})*3+1$
307	51	$(9+\sqrt{53})/2$	$(9-\sqrt{53})/2$	55	$307 = 28^2 - 9*53$	$(9+\sqrt{53})*3+1$	$(9-\sqrt{53})*3+1$
343	57	1	8	7^2	$343 = 28^2 - 21^2$	7	49
379	63	$(9+\sqrt{45})/2$	$(9-\sqrt{45})/2$	45	$379 = 28^2 - 9*45$	$(9+\sqrt{45})*3+1$	$(9-\sqrt{45})*3+1$
415	69	-1	-14	13^2	$415 = 44^2 - 39^2$	5	83

etc ...

5) $P \in \mathcal{F}_{VII} [25]$ avec $P = (25) + k*36$ ou $P \equiv 25 \pmod{36} \rightarrow N_P \equiv 4 \pmod{6}$

P	N	i	j	Δ	$P = \chi^2 - 9\Delta$	X	Y
25	4	0	4	4^2	$25 = 13^2 - 12^2$	1	25
61	10	$(-4 + \sqrt{13})$	$(-4 - \sqrt{13})$	52	$61 = 23^2 - 9*52$	$(-4 + \sqrt{13})*6-1$	$(-4 - \sqrt{13})*6-1$
97	16	$(-4 + \sqrt{12})$	$(-4 - \sqrt{12})$	48	$97 = 23^2 - 9*48$	$(-4 + \sqrt{12})*6-1$	$(-4 - \sqrt{12})*6-1$
133	22	1	3	2^2	$133 = 13^2 - 6^2$	7	19
169	28	2	2	0	$169 = 13^2 - 9*0$	13	13
205	34	-1	-7	6^2	$205 = 23^2 - 18^2$	5	41
241	40	$(-4 + \sqrt{8})$	$(-4 - \sqrt{8})$	32	$241 = 23^2 - 9*32$	$(-4 + \sqrt{8})*6-1$	$(-4 - \sqrt{8})*6-1$
277	46	$(-4 + \sqrt{7})$	$(-4 - \sqrt{7})$	28	$277 = 23^2 - 9*28$	$(-4 + \sqrt{7})*6-1$	$(-4 - \sqrt{7})*6-1$
313	52	$(-4 + \sqrt{6})$	$(-4 - \sqrt{6})$	24	$313 = 23^2 - 9*24$	$(-4 + \sqrt{6})*6-1$	$(-4 - \sqrt{6})*6-1$
349	58	$(-4 + \sqrt{5})$	$(-4 - \sqrt{5})$	20	$349 = 23^2 - 9*20$	$(-4 + \sqrt{5})*6-1$	$(-4 - \sqrt{5})*6-1$
385	64	-1	-13	12^2	$385 = 41^2 - 36^2$	5	77
		1	9	8^2	$385 = 31^2 - 24^2$	7	55
		-2	-6	4^2	$385 = 23^2 - 12^2$	11	35
421	70	$(-4 + \sqrt{3})$	$(-4 - \sqrt{3})$	12	$421 = 23^2 - 9*12$	$(-4 + \sqrt{3})*6-1$	$(-4 - \sqrt{3})*6-1$

etc ...

6) $P \in \mathcal{F}_{VII} [31]$ avec $P = (31) + k*36$ ou $P \equiv 31 \pmod{36} \rightarrow N_P \equiv 5 \pmod{6}$

P	N	i	J	Δ	$P = \chi^2 - 9\Delta$	X	Y
31	5	5	0	5^2	$31 = 16 - 9*25$	31	1
67	11	$(-7+\sqrt{37})/2$	$(-7-\sqrt{37})/2$	37	$67 = 20^2 - 9*37$	$ (-7+\sqrt{37}) *3-1$	$ (-7-\sqrt{37}) *3-1$
103	17	$(-7+\sqrt{33})/2$	$(-7-\sqrt{33})/2$	33	$103 = 20^2 - 9*33$	$ (-7+\sqrt{33}) *3-1$	$ (-7-\sqrt{33}) *3-1$
139	23	$(-7+\sqrt{29})/2$	$(-7-\sqrt{29})/2$	29	$133 = 20^2 - 9*29$	$ (-7+\sqrt{29}) *3-1$	$ (-7-\sqrt{29}) *3-1$

175	29	-1	-6	5 ²	175 = 20 ² - 9*25	5	35
	29	1	4	3 ²	175 = 16 ² - 9*9	7	25
211	35	(-7+√21)/2	(-7-√21)/2	21	211 = 20 ² - 9*21	(-7+√21) *3-1	(-7-√21) *3-1
247	41	2	3	1 ²	247 = 16 ² - 9*1	13	19
283	47	(-7+√13)/2	(-7-√13)/2	13	283 = 20 ² - 9*13	(-7+√13) *3-1	(-7-√13) *3-1
319	53	-2	-5	3 ²	319 = 20 ² - 9*9	11	29
355	59	-1	-12	11 ²	355 = 38 ² - 9*121	5	71
391	65	-3	-4	1 ²	391 = 20 ² - 1*9	17	23
427	71	1	10	9 ²	427 = 34 ² - 9*81	7	61

etc ...

3. Relations entre P, N_P, les coefficients i_P et j_P.

3.1. Pour P ∈ F_V : P = 6N_P - 1 ; i_P et j_P de signes différents

On a i > 0 ; j < 0

$$N_P = [24 (C_{(2, i+1)} + 2 C_{(2, i)}) + 1]^{1/2} * j + i = [24 (2C_{(2, j+1)} + C_{(2, j)}) + 1]^{1/2} * i + j$$

On sait que les nombres pentagonaux sont donnés par les deux relations suivantes :

$$H(n) = n(3n-1)/2 = (3n^2-n)/2 = n + 3C_{(2, n)} = C_{(2, i+1)} + 2 C_{(2, i)} \rightarrow \equiv \{1, 5, 12, 22, \dots\} \text{ lorsque } n \text{ est rationnel}$$

$$G(n) = n(3n+1)/2 = (3n^2+n)/2 = 2n + 3C_{(2, n)} = 2C_{(2, j+1)} + C_{(2, j)} \rightarrow \equiv \{2, 7, 15, 26, \dots\} \text{ lorsque } n \text{ est rationnel}$$

Il vient :

$$N_P = [24 H_i + 1]^{1/2} * j + i = [24 G_j + 1]^{1/2} * i + j$$

$$P = 6[24 H_i + 1]^{1/2} * j + 6i - 1 = 6[24 G_j + 1]^{1/2} * i + 6j - 1$$

3.2. Pour P ∈ F_{VII} : P = 6N_P + 1 ; i_P et j_P de même signe :

Pour i > 0 ; j > 0

$$N_P = [24 (2C_{(2, i+1)} + C_{(2, i)}) + 1]^{1/2} * j + i = [24 (2C_{(2, j+1)} + C_{(2, j)}) + 1]^{1/2} * i + j$$

$$N_P = [24 G_i + 1]^{1/2} * j + i = [24 G_j + 1]^{1/2} * i + j$$

$$P = 6[24 G_i + 1]^{1/2} * j + 6i + 1 = 6[24 G_j + 1]^{1/2} * i + 6j + 1$$

Pour i < 0 ; j < 0

$$N_P = [24 (C_{(2, i+1)} + 2C_{(2, i)}) + 1]^{1/2} * j + i = [24 (C_{(2, j+1)} + 2C_{(2, j)}) + 1]^{1/2} * i + j$$

$$N_P = [24 H_i + 1]^{1/2} * j + i = [24 H_j + 1]^{1/2} * i + j$$

$$P = 6[24 H_i + 1]^{1/2} * j + 6i + 1 = 6[24 H_j + 1]^{1/2} * i + 6j + 1$$

4. X_P et Y_P, racines du nombre P

4.1. Pour P ∈ F_V : P = 6N_P - 1 ; i_P et j_P de signes différents;

avec i > 0 ; j < 0

$$X_P = 6i - 1 = [24 (C_{(2, i+1)} + 2C_{(2, i)}) + 1]^{1/2} = [24 H_i + 1]^{1/2}$$

$$Y_P = 6|j| + 1 = [24 (2C_{(2, j+1)} + C_{(2, j)}) + 1]^{1/2} = [24 G_j + 1]^{1/2}$$

4.2. Pour P ∈ F_{VII} : P = 6N_P + 1 ; i_P et j_P de même signe

avec i > 0 ; j > 0

$$X_P = 6i + 1 = [24 (2 C_{(2, i+1)} + C_{(2, i)}) + 1]^{1/2} = [24 G_i + 1]^{1/2}$$

$$Y_P = 6j + 1 = [24 (2 C_{(2, j+1)} + C_{(2, j)}) + 1]^{1/2} = [24 G_j + 1]^{1/2}$$

avec i < 0 ; j < 0

$$X_P = 6|i| - 1 = [24(C_{2,i+1} + 2C_{2,i}) + 1]^{1/2} = [24H_i + 1]^{1/2}$$

$$Y_P = 6|j| - 1 = [24(C_{2,j+1} + 2C_{2,j}) + 1]^{1/2} = [24H_j + 1]^{1/2}$$

5. Définition de A_P , cardinal du nombre P

Appellera A_P , cardinal du nombre P , le nombre défini par la relation :

$$P^2 = 24A_P + 1$$

5.1. Pour $P \in \mathcal{F}_V : P = 6N_P - 1$; i_P et j_P de signes différents

$$A_P = (3N_P^2 - N_P)/2 = C_{(2, N+1)} + 2C_{(2, N)}$$

$$A_P = 24H_i * G_j + H_i + G_j$$

5.2. Pour $P \in \mathcal{F}_{VII} : P = 6N_P + 1$; i_P et j_P de même signe;

$$A_P = (3N_P^2 + N_P)/2 = 2C_{(2, N)} + C_{(2, N+1)}$$

- Pour $i > 0$; $j > 0$, A s'écrit alors :

$$A_P = 24G_i * G_j + G_i + G_j$$

avec $G_n = (3n^2 + n)/2$; $n = i$ ou $j > 0$

G_n est un nombre pentagonal ; $G_n \in [2, 7, 15, 26, 40, \dots]$

- Pour $i < 0$; $j < 0$, A s'écrit alors :

$$A_P = 24H_i * H_j + H_i + H_j$$

Avec $H_n = (3n^2 - n)/2$; $n = |i|$ ou $|j|$

H_n est un nombre pentagonal ; $H_n \in [1, 5, 12, 22, 35, \dots]$

6. Définition et détermination du co-indice premier Q_P du nombre P

6.1. Définition du co-indice premier $Q_P = f(N_P)$, et du coefficient $u = g(S)$

On appellera Q_P , co-indice premier du nombre P , et u , les nombres donnés selon les relations suivantes :

• $P \in \mathcal{F}_V[-1]$ avec $P = (-1) + k*36$	$Q_P = 2N_P/3$	et $ u = S/6$
• $P \in \mathcal{F}_V[5]$ avec $P = 5 + k*36$	$Q_P = 2(N_P-1)/3 + 1$	et $ u = (S-1)/6$
• $P \in \mathcal{F}_V[11]$ avec $P = 11 + k*36$	$Q_P = 2(N_P-2)/3 + 4$	et $ u = (S-2)/6$
• $P \in \mathcal{F}_V[17]$ avec $P = 17 + k*36$	$Q_P = 2(N_P-3)/3 + 9$	et $ u = (S-3)/6$
• $P \in \mathcal{F}_V[23]$ avec $P = 23 + k*36$	$Q_P = 2(N_P-4)/3 + 8$	et $ u = (S+2)/6$
• $P \in \mathcal{F}_V[29]$ avec $P = 29 + k*36$	$Q_P = 2(N_P-5)/3 + 5$	et $ u = (S+1)/6$
• $P \in \mathcal{F}_{VII}[1]$ avec $P = 1 + k*36$	$Q_P = 2N_P/3$	et $ u = S/6$
• $P \in \mathcal{F}_{VII}[7]$ avec $P = 7 + k*36$	$Q_P = 1 - 2(N_P-1)/3$	et $ u = (S-1)/6$
• $P \in \mathcal{F}_{VII}[13]$ avec $P = 13 + k*36$	$Q_P = 4 - 2(N_P-2)/3$	et $ u = (S-2)/6$
• $P \in \mathcal{F}_{VII}[19]$ avec $P = 19 + k*36$	$Q_P = 9 - 2(N_P-3)/3$	et $ u = (S-3)/6$
• $P \in \mathcal{F}_{VII}[25]$ avec $P = 25 + k*36$	$Q_P = 16 - 2(N_P-4)/3$	et $ u = (S-4)/6$
• $P \in \mathcal{F}_{VII}[31]$ avec $P = 31 + k*36$	$Q_P = 25 - 2(N_P-5)/3$	et $ u = (S-5)/6$

6.2. Relations entre le co-indice premier Q_P et le discriminant de l'équation du second degré descriptive de la relation entre la somme et le produit des coefficients i_P et j_P

Soit Δ , le déterminant de l'équation du second degré $X^2 - SX + P = 0$, descriptive de la relation entre la somme et le produit des coefficients i et j de l'indice N_P du nombre P

On a donc selon la relation bien connue, $\Delta = S^2 - 4P$. Par ailleurs, on sait que $N = 6P \pm S$. La recherche de la primalité de P revient à rechercher les conditions selon lesquelles Δ sera un carré.

Exemple : $P = 2783$, $N_P = 464$

Pour $P \in \mathcal{F}_V(11)$: $P = 6N_P - 1$; i_P et j_P de signes différents, $\Pi_P < 0$

On utilisera la méthode bien connue, par incrémentation du quotient et du reste ; le dividende (N) et le diviseur (6) restent inchangés.

- $N_P = 464 = 6 \cdot 77 + 2$ d'où $\Delta = 2^2 - 4(-77) = 312$ qui n'est pas un carré
- $N_P = 464 = 6 \cdot 78 - 4$ d'où $\Delta = 4^2 - 4(-78) = 328$ qui n'est pas un carré
- $N_P = 464 = 6 \cdot 79 - 10$ d'où $\Delta = 10^2 - 4(-79) = 416$ qui n'est pas un carré
- **$N_P = 464 = 6 \cdot 80 - 16$ d'où $\Delta = 16^2 - 4(-80) = 576 = 24^2$**

D'où :

$$[i, j] = (-16 \pm \sqrt{576})/2 = (i, j) = [4, -20]$$

$$\Delta = 24^2 = 312 + 264 = Q_{2783} + \mathcal{U}_{2783} = [(-8) + 68C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}] + [16C_{(1,u)} + 72C_{(2,u)}]$$

dans ce cas $i = 4$ et $u = 3$, sachant que $|u| = (S-2)/6$, et $j = -20$

Autre exemple : $P = 451$, $N_P = 75$

Pour $P \in \mathcal{F}_{VII}(19)$: $P = 6N_P + 1$; i_P et j_P de même signe, $\Pi_P > 0$

- $N_P = 75 = 6 \cdot 12 + 3$ d'où $\Delta = 3^2 - 4(12) = -39$ qui n'est pas un carré
- $N_P = 75 = 6 \cdot 13 - 3$ d'où $\Delta = 3^2 - 4(13) = -43$ qui n'est pas un carré
- **$N_P = 75 = 6 \cdot 14 - 9$ d'où $\Delta = 9^2 - 4(14) = 25 = 5^2$**

D'où

$$[i, j] = (-9 \pm \sqrt{25})/2 = [-2 ; -7]$$

$$\Delta = 5^2 = (-39) + 64 = Q_{451} + \mathcal{U}_{451} = [17 - 32C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}] + [(-4) \cdot C_{(1,u)} + 72C_{(2,u)}]$$

avec dans ce cas $i = -2$ et $u = 2$, sachant que $|u| = (S-3)/6$, et $j = -7$

Valeurs de Q_P

1° Pour $P \in \mathcal{F}_V$: $P = 6N_P - 1$; i_P et j_P de signes différents, $\Pi < 0$

- $P \in \mathcal{F}_V[-1]$ avec $P = (-1) + k \cdot 36$

Pour $S < 0$, il vient pour Q_P :

$u = 1$	$u = 2$	$u = 3$	$u = 4$	$u = 5$	Etc.....
$(-4) + 28C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-8) + 52C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-12) + 76C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-16) + 100C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-20) + 124C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	Etc.....

et :

		$u = 0$	$u = 1$	$u = 2$	$u = 3$	$u = 4$	$u = 5$	$u = 6$
$i = 1$	$Q = 4(5u + 4)$	4	24	44	64	84	104	124
$i = 2$	$Q = 4(11u + 9)$	16	60	104	148	192	236	280
$i = 3$	$Q = 4(17u + 16)$	36	104	172	240	308	376	444
$i = 4$	$Q = 4(23u + 25)$	64	156	248	340	432	524	616
$i = 5$	$Q = 4(29u + 36)$	100	216	332	448	564	680	796
$i = 6$	$Q = 4(35u + 49)$	144	284	424	564	704	844	984
$i = 7$	$Q = 4(43u + 64)$	196	360	632	688	852	1016	1180

Pour $S > 0$, il vient pour Q_P :

$0+4C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$4+28C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$8+52C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$12+76C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$16+100C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	Etc...
-----------------------------	------------------------------	------------------------------	-------------------------------	--------------------------------	--------

Q_P		$u = 0$	$u = 1$	$u = 2$	$u = 3$	$u = 4$	$u = 5$	$u = 6$
$i = 1$	$Q = 4(7u + 0)$	4	32	60	88	116	144	172
$i = 2$	$Q = 4(13u + 1)$	16	68	120	172	224	276	328
$i = 3$	$Q = 4(19u + 4)$	36	112	188	264	340	416	492
$i = 4$	$Q = 4(25u + 9)$	64	164	264	364	464	564	664
$i = 5$	$Q = 4(31u + 16)$	100	224	348	472	596	720	844
$i = 6$	$Q = 4(37u + 25)$	144	292	440	588	736	884	1032
$i = 7$	$Q = 4(43u + 36)$	196	368	540	712	884	1056	1228

- $P \in \mathcal{F}_V[5]$ avec $P = 5 + k*36$

Pour $i < 0, j > 0$ et $j > i$ c'est-à-dire $S < 0$, il vient pour Q_P :

$(-3)+24C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-7)+48C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-11)+72C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-15)+96C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-19)+120C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	Etc...			
		$u = 0$	$u = 1$	$u = 2$	$u = 3$	$u = 4$	$u = 5$	$u = 6$
$i = 1$	$Q = 4*5u + 1$	1	21	41	61	81	101	121
$i = 2$	$Q = 4*11u + 9$	9	53	97	141	185	229	273
$i = 3$	$Q = 4*17u + 25$	25	93	161	229	297	365	433
$i = 4$	$Q = 4*23u + 49$	49	141	233	325	417	509	601
$i = 5$	$Q = 4*29u + 81$	81	197	313	429	545	661	777
$i = 6$	$Q = 4*35u + 121$	121	261	401	541	681	821	961
$i = 7$	$Q = 4*41u + 169$	169	333	497	661	825	989	1153

Pour $i > 0, j < 0$ et $j > i$ c'est-à-dire $S > 0$, il vient pour Q_P :

1+8C _(1,i) + 8C _(2,i)		5+32C _(1,i) +8C _(2,i)		9+56C _(1,i) +8C _(2,i)		13+80C _(1,i) +8C _(2,i)		17+104C _(1,i) +8C _(2,i)		Etc...
		u = 0	u = 1	u = 2	u = 3	u = 4	u = 5	u = 6		
i = 1	Q = 4*7u + 9	9	37	65	93	121	149	177		
i = 2	Q = 4*13u + 25	25	77	129	181	233	285	337		
i = 3	Q = 4*19u + 49	49	125	201	277	353	429	505		
i = 4	Q =4*25u + 81	81	181	281	381	481	581	681		
i = 5	Q = 4*31u + 121	121	245	369	493	617	741	865		
i = 6	Q = 4*37u+169	169	317	465	613	761	909	1057		
i = 7	Q = 4*43u + 225	225	397	569	741	913	1085	1257		

- $P \in \mathcal{F}_V[11]$ avec $P = 11 + k*36$

Pour $S < 0$, il vient pour Q_P :

$0+20C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-4)+44C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-8)+68C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-12)+92C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-16)+116C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	Etc...
------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	----------------------------------	-----------------------------------	--------

et :

Q_P		$u = 0$	$u = 1$	$u = 2$	$u = 3$	$u = 4$	$u = 5$	$u = 6$
$i = 1$	$Q = 4(5u + 0)$	0	20	40	60	80	100	120
$i = 2$	$Q = 4(11u + 1)$	4	48	92	136	180	224	268
$i = 3$	$Q = 4(17u + 4)$	16	84	152	220	288	356	424
$i = 4$	$Q = 4(23u + 9)$	36	128	220	312	404	496	588

i = 5	$Q = 4(29u + 16)$	64	180	296	412	528	644	760
i = 6	$Q = 4(35u + 25)$	100	240	380	520	660	800	940
i = 7	$Q = 4(41u + 36)$	144	308	472	636	800	964	1128

Pour $S > 0$, il vient pour Q_P :

$4+12C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$8+36C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$12+60C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$16+84C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$20+108C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	Etc...
------------------------------	------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	--------------------------------	--------

et :

Q_P		u = 0	u = 1	u = 2	u = 3	u = 4	u = 5	u = 6
i = 1	$Q = 4(7u + 4)$	16	44	72	100	128	156	184
i = 2	$Q = 4(13u + 9)$	36	88	140	192	244	296	348
i = 3	$Q = 4(19u + 16)$	64	140	216	292	368	444	520
i = 4	$Q = 4(25u + 25)$	100	200	300	400	500	600	700
i = 5	$Q = 4(31u + 36)$	144	268	392	516	640	764	888
i = 6	$Q = 4(37u + 49)$	196	344	492	640	788	936	1084
i = 7	$Q = 4(43u + 64)$	256	428	600	772	944	1116	1288

- $P \in \mathcal{F}_V[17]$ avec $P = 17 + k*36$

Pour $i > 0, j < 0$ et $j > i$ c'est-à-dire $S < 0$, il vient pour Q_P :

$5+16C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$1+40C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-3)+64C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-7)+88C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-11)+112C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	Etc...
------------------------------	------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	-----------------------------------	--------

		u = 0	u = 1	u = 2	u = 3	u = 4	u = 5	u = 6
i = 1	$Q = 4*5u + 1$	1	21	41	61	81	101	121
i = 2	$Q = 4*11u + 1$	1	45	89	133	177	221	265
i = 3	$Q = 4*17u + 9$	9	77	145	213	281	349	417
i = 4	$Q = 4*23u + 25$	25	117	209	301	393	485	577
i = 5	$Q = 4*29u + 49$	49	165	281	397	513	629	745
i = 6	$Q = 4*35u + 81$	81	221	361	501	641	781	921
i = 7	$Q = 4*41u + 121$	121	285	449	613	777	941	1105

Pour $i < 0, j > 0$ et $j > i$ c'est-à-dire $S > 0$, il vient pour Q_P :

$9+16C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$13+40C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$17+64C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$21+88C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$25+112C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	Etc...
------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	--------------------------------	--------

		u = 0	u = 1	u = 2	u = 3	u = 4	u = 5	u = 6
i = 1	$Q = 4*7u + (1-4)$	-3	25	53	81	109	137	165
i = 2	$Q = 4*13u + (1-4)$	-3	49	101	153	205	257	309
i = 3	$Q = 4*19u + (9-4)$	5	81	157	233	309	385	461
i = 4	$Q = 4*25u + (25-4)$	21	121	221	321	421	521	621
i = 5	$Q = 4*31u + (49-4)$	45	169	293	417	541	665	789
i = 6	$Q = 4*37u + (81-4)$	77	225	373	521	669	817	965
i = 7	$Q = 4*43u + (121-4)$	117	289	461	633	805	977	1149

- $P \in \mathcal{F}_V[23]$ avec $P = 23 + k*36$

Pour $i > 0, j < 0$ et $j > i$ c'est-à-dire $S < 0$, il vient pour Q_P :

$4+12C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$0+36C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-4)+60C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-8)+84C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-12)+108C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	Etc...
------------------------------	------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	-----------------------------------	--------

		u = 0	u = 1	u = 2	u = 3	u = 4	u = 5	u = 6
$Q = 4*(5u + 4)$	i = 1	16	36	56	76	96	116	136
$Q = 4*(11u + 9)$	i = 2	36	80	124	168	212	256	300
$Q = 4*(17u + 16)$	i = 3	64	132	200	268	336	404	472
$Q = 4*(23u + 25)$	i = 4	100	192	284	376	468	560	652
$Q = 4*(29u + 36)$	i = 5	144	260	376	492	608	724	840
$Q = 4*(35u + 49)$	i = 6	196	336	476	616	756	896	1036
$Q = 4*(41u + 64)$	i = 7	256	420	584	748	912	1076	1240

Pour $i < 0, j > 0$ et $j > i$ c'est-à-dire $S > 0$, il vient pour Q_P :

$8+20C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$12+44C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$16+68C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$20+92C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$24+116C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	Etc...
------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	--------------------------------	--------

		u = 0	u = 1	u = 2	u = 3	u = 4	u = 5	u = 6
$Q = 4*7u + 0$	i = 1	0	28	56	84	112	140	168
$Q = 4*13u + 4$	i = 2	4	56	108	160	212	264	316
$Q = 4*23u + 16$	i = 3	16	92	168	244	320	396	472
$Q = 4*29u + 36$	i = 4	36	136	236	336	436	536	636
$Q = 4*31u + 64$	i = 5	64	188	312	436	560	684	808
$Q = 4*37u + 100$	i = 6	100	248	396	544	692	840	988
$Q = 4*43u + 144$	i = 7	144	316	488	660	832	1004	1176

- $P \in \mathcal{F}_V[29]$ avec $P = 29 + k*36$

Pour $i < 0, j > 0$ et $j > i$ c'est-à-dire $S < 0$, il vient pour Q_P :

$1+8C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-3)+32C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-7)+56C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-11)+80C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-15)+104C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	Etc...
-----------------------------	---------------------------------	---------------------------------	----------------------------------	-----------------------------------	--------

		u = 0	u = 1	u = 2	u = 3	u = 4	u = 5	u = 6
i = 1	$Q = 4*5u + 9$	9	29	49	69	89	109	129
i = 2	$Q = 4*11u + 25$	25	69	113	157	201	245	289
i = 3	$Q = 4*17u + 49$	49	117	185	253	321	389	457
i = 4	$Q = 4*23u + 81$	81	173	265	357	449	541	633
i = 5	$Q = 4*29u + 121$	121	237	353	469	585	701	817
i = 6	$Q = 4*35u + 169$	169	309	449	589	729	869	1009
i = 7	$Q = 4*41u + 225$	225	389	553	717	881	1045	1209

Pour $i > 0, j < 0$ et $j > i$ c'est-à-dire $S > 0$, il vient pour Q_P :

$5+24C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$9+48C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$13+72C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$17+96C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$21+120C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	Etc...
------------------------------	------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	--------------------------------	--------

		u = 0	u = 1	u = 2	u = 3	u = 4	u = 5	u = 6
i = 1	$Q = 4*7u + 9$	1	29	57	85	113	141	169
i = 2	$Q = 4*13u + 25$	9	61	113	165	217	269	321
i = 3	$Q = 4*19u + 49$	25	101	177	253	329	405	481
i = 4	$Q = 4*25u + 81$	49	149	249	349	449	549	649

i = 5	$Q = 4*31u + 121$	81	205	329	453	577	701	825
i = 6	$Q = 4*37u + 169$	121	269	417	565	713	861	1009
i = 7	$Q = 4*43u + 225$	169	341	513	685	857	1029	1201

2° Pour $P \in \mathcal{F}_{VII} : P = 6N_P + 1$; i_P et j_P de même signe, $\Pi > 0$

- $P \in \mathcal{F}_{VII}[1]$ avec $P = 1 + k*36$

Pour $i < 0, j < 0$; c'est-à-dire $S < 0$, il vient pour Q_P :

$4-20C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$8-44C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$12-68C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$16-92C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$20-116C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	Etc...
------------------------------	------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	--------------------------------	--------

		u = 0	u = 1	u = 2	u = 3	u = 4	u = 5	u = 6
i = 1	$Q = 4*5u - 4$		16	36	56	76	96	116
i = 2	$Q = 4*11u - 16$		28	72	116	160	204	248
i = 3	$Q = 4*17u - 36$		32	100	168	236	304	372
i = 4	$Q = 4*23u - 64$			120	212	304	396	488
i = 5	$Q = 4*29u - 100$			132	248	364	480	596
i = 6	$Q = 4*35u - 144$			136	276	416	556	696
i = 7	$Q = 4*41u - 196$				296	460	624	788

Pour $i > 0, j > 0$; c'est-à-dire $S > 0$, il vient pour Q_P :

$(-4)-20C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-8)-44C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-12)-68C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-16)-92C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-20)-116C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	Etc...
---------------------------------	---------------------------------	----------------------------------	----------------------------------	-----------------------------------	--------

		u = 0	u = 1	u = 2	u = 3	u = 4	u = 5	u = 6
i = 1	$Q = 4*7u - 4$		24	52	80	108	136	164
i = 2	$Q = 4*13u - 16$		36	88	140	192	244	296
i = 3	$Q = 4*19u - 36$		40	116	192	268	344	420
i = 4	$Q = 4*25u - 64$			136	236	336	436	536
i = 5	$Q = 4*31u - 100$			148	272	396	520	644
i = 6	$Q = 4*37u - 144$			152	300	448	596	744
i = 7	$Q = 4*43u - 196$				320	492	664	836

- $P \in \mathcal{F}_{VII}[7]$ avec $P = 7 + k*36$

Pour $i < 0, j < 0$; c'est-à-dire $S < 0$, il vient pour Q_P :

$5-16C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$9-40C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$13-64C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$17-88C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$21-112C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	Etc...
------------------------------	------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	--------------------------------	--------

		u = 0	u = 1	u = 2	u = 3	u = 4	u = 5	u = 6
i = 1	$Q = 4*5u - 9$		11	31	51	71	91	111
i = 2	$Q = 4*11u - 25$		19	63	107	151	195	239
i = 3	$Q = 4*17u - 49$			87	155	223	291	359
i = 4	$Q = 4*23u - 81$			103	195	287	379	471
i = 5	$Q = 4*29u - 121$			111	227	343	459	575
i = 6	$Q = 4*35u - 169$				251	391	531	671
i = 7	$Q = 4*41u - 225$				267	431	595	759

Pour $i > 0, j > 0$; c'est-à-dire $S > 0$, il vient pour Q_P :

$(-3)-24C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-7)-48C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-11)-72C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-15)-96C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-19)-120C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	Etc...
---------------------------------	---------------------------------	----------------------------------	----------------------------------	-----------------------------------	--------

		$u = 0$	$u = 1$	$u = 2$	$u = 3$	$u = 4$	$u = 5$	$u = 6$
$i = 1$	$Q = 4*7u - 1$		27	55	83	111	139	167
$i = 2$	$Q = 4*13u - 9$		43	95	147	199	251	303
$i = 3$	$Q = 4*19u - 25$		51	127	203	279	355	431
$i = 4$	$Q = 4*25u - 49$			151	251	351	451	551
$i = 5$	$Q = 4*31u - 81$			167	291	415	539	663
$i = 6$	$Q = 4*37u - 121$			175	323	471	619	767
$i = 7$	$Q = 4*43u - 169$				347	519	691	863

- $P \in \mathcal{F}_{VII}[13]$ avec $P = 13 + k*36$

Pour $i < 0, j < 0$; c'est-à-dire $S < 0$, il vient pour Q_P :

$8-12C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$12-36C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$16-60C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$20-84C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$24-108C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	Etc...
------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	--------------------------------	--------

		$u = 0$	$u = 1$	$u = 2$	$u = 3$	$u = 4$	$u = 5$	$u = 6$	$u = 7$
$i = 1$	$Q = 4*5u - 16$		4	24	44	64	84	104	124
$i = 2$	$Q = 4*11u - 36$		8	52	96	140	184	228	272
$i = 3$	$Q = 4*17u - 64$			72	140	208	276	344	412
$i = 4$	$Q = 4*23u - 100$			84	176	268	360	452	544
$i = 5$	$Q = 4*29u - 144$			88	204	320	436	552	668
$i = 6$	$Q = 4*35u - 196$				224	364	504	644	784
$i = 7$	$Q = 4*41u - 256$				236	400	564	728	892

Pour $i > 0, j > 0$; c'est-à-dire $S > 0$, il vient pour Q_P :

$0-28C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-4)-52C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-8)-76C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-12)-100C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-16)-124C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	Etc...
------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------	--------

		$u = 0$	$u = 1$	$u = 2$	$u = 3$	$u = 4$	$u = 5$	$u = 6$	$u = 7$
$i = 1$	$Q = 4*7u - 0$	0	28	56	84	112	140	168	196
$i = 2$	$Q = 4*13u - 4$	4	48	100	152	204	256	308	360
$i = 3$	$Q = 4*19u - 16$	16	60	136	212	288	364	440	516
$i = 4$	$Q = 4*25u - 36$	36	64	164	264	364	464	564	664
$i = 5$	$Q = 4*31u - 64$	64	60	184	308	432	556	680	804
$i = 6$	$Q = 4*37u - 100$	100	48	196	344	492	640	788	936
$i = 7$	$Q = 4*43u - 144$	144	28	200	372	544	716	888	1060

- $P \in \mathcal{F}_{VII}[19]$ avec $P = 19 + k*36$

Pour $i < 0, j < 0$; c'est-à-dire $S < 0$, il vient pour Q_P :

$13-8C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$17-32C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$21-56C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$25-80C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$29-104C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	Etc...
------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	--------------------------------	--------

		$u = 0$	$u = 1$	$u = 2$	$u = 3$	$u = 4$	$u = 5$	$u = 6$	$u = 7$
$i = 1$	$Q = 4*5u - 25$		-5	15	35	55	75	95	115

i = 2	Q = 4*11u -49			39	83	127	171	215	259
i = 3	Q = 4*17u -81			55	123	191	259	327	395
i = 4	Q =4*23u -121			63	155	247	339	431	523
i = 5	Q = 4*29u -169				179	295	411	527	643
i = 6	Q = 4*35u -225				195	335	475	615	755
i = 7	Q = 4*41u - 289		-125	39	203	367	531	695	859

Pour $i > 0, j > 0$; c'est-à-dire $S > 0$, il vient pour Q_P :

$5-32C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$1-56C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-3)-80C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-7)-104C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-11)-128C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	Etc...
------------------------------	------------------------------	---------------------------------	----------------------------------	-----------------------------------	--------

		u = 0	u = 1	u = 2	u = 3	u = 4	u = 5	u = 6	u = 7
i = 1	Q = 4*7u -1	1	27	55	83	111	139	167	195
i = 2	Q = 4*13u -1	1	51	103	155	207	259	311	363
i = 3	Q = 4*19u -9	9	67	143	219	295	371	447	523
i = 4	Q =4*25u -25	25	75	175	275	375	475	575	675
i = 5	Q = 4*31u -49	49	75	199	323	447	571	695	819
i = 6	Q = 4*37u - 81	81	67	215	363	511	659	807	955
i = 7	Q = 4*43u - 121	121	51	223	395	567	739	911	1083

- $P \in \mathcal{F}_{VII}[25]$ avec $P = 25 + k*36$

Pour $i < 0, j < 0$; c'est-à-dire $S < 0$, il vient pour Q_P :

$24-28C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$28-52C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$32-76C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$36-100C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$40-124C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	Etc...
-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------

		u = 0	u = 1	u = 2	u = 3	u = 4	u = 5	u = 6	u = 7
i = 1	Q = 4*5u -36			4	24	44	64	84	104
i = 2	Q = 4*11u -64			24	68	112	156	200	244
i = 3	Q = 4*17u -100			36	104	172	240	308	376
i = 4	Q =4*23u -144			40	132	224	316	408	500
i = 5	Q = 4*29u -196				152	268	384	500	616
i = 6	Q = 4*35u - 256				164	304	444	584	724
i = 7	Q = 4*41u - 324				168	332	496	660	824

Pour $i > 0, j > 0$; c'est-à-dire $S > 0$, il vient pour Q_P :

$12-36C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$8-60C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$4-84C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$0-108C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-4)-132C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	Etc...
-------------------------------	------------------------------	------------------------------	-------------------------------	----------------------------------	--------

		u = 0	u = 1	u = 2	u = 3	u = 4	u = 5	u = 6	u = 7
i = 1	Q = 4*7u -4	4	24	52	80	108	136	164	192
i = 2	Q = 4*13u -0	0	52	104	156	208	260	312	364
i = 3	Q = 4*19u -4		72	148	224	300	376	452	528
i = 4	Q =4*25u -16		84	184	284	384	484	584	684
i = 5	Q = 4*31u -36		88	212	336	460	584	708	832
i = 6	Q = 4*37u - 64			232	380	528	676	824	972
i = 7	Q = 4*43u - 100			244	416	588	760	932	1104

- $P \in \mathcal{F}_{VII}[31]$ avec $P = 31 + k*36$

Pour $i < 0, j < 0$; c'est-à-dire $S < 0$, il vient pour Q_P :

$33-24C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$37-48C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$41-72C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$45-96C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$49-120C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	Etc...
-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	--------------------------------	--------

		$u = 0$	$u = 1$	$u = 2$	$u = 3$	$u = 4$	$u = 5$	$u = 6$	$u = 7$
$i = 1$	$Q = 4*5u - 49$			-9	11	31	51	71	91
$i = 2$	$Q = 4*11u - 81$			7	51	95	139	183	227
$i = 3$	$Q = 4*17u - 121$			15	83	151	219	287	355
$i = 4$	$Q = 4*23u - 169$				107	199	291	383	475
$i = 5$	$Q = 4*29u - 225$				123	239	355	471	587
$i = 6$	$Q = 4*35u - 289$				131	271	411	551	691
$i = 7$	$Q = 4*41u - 361$				131	295	459	623	787

Pour $i > 0, j > 0$; c'est-à-dire $S > 0$, il vient pour Q_P :

$21-40C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$17-64C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$13-88C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$9-112C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$5-136C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	Etc...
-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	--------

		$u = 0$	$u = 1$	$u = 2$	$u = 3$	$u = 4$	$u = 5$	$u = 6$	$u = 7$
$i = 1$	$Q = 4*7u - 9$		19	47	75	103	131	159	187
$i = 2$	$Q = 4*13u - 1$		51	103	155	207	259	311	363
$i = 3$	$Q = 4*19u - 1$		75	151	227	303	379	455	531
$i = 4$	$Q = 4*25u - 9$		91	191	291	391	491	591	691
$i = 5$	$Q = 4*31u - 25$		99	223	347	471	595	719	843
$i = 6$	$Q = 4*37u - 49$			247	395	543	691	839	987
$i = 7$	$Q = 4*43u - 81$			263	435	607	779	951	1123

7. Détermination de $\mathbb{L}_u$

$\mathbb{L}$	$u = 1; S > 0$	$u = 2; S > 0$	$u = 3; S > 0$	$u = 4; S > 0$	$u = 5; S > 0$	$u = 6; S > 0$
$\mathcal{FV} [-1]$	$1*40+0*72$	$2*40+1*72$	$3*40+3*72$	$4*40+6*72$	$5*40+10*72$	$6*40+15*72$
	40	152	336	592	920	1320
$\mathcal{FV} [5]$	$1*44+0*72$	$2*44+1*72$	$3*44+3*72$	$4*44+6*72$	$5*44+10*72$	$6*44+15*72$
	44	160	348	608	940	1344
$\mathcal{FV} [11]$	$1*56+0*72$	$2*56+1*72$	$3*56+3*72$	$4*56+6*72$	$5*56+10*72$	$6*56+15*72$
	56	184	384	656	1000	1416
$\mathcal{FV} [17]$	$1*68+0*72$	$2*68+1*72$	$3*68+3*72$	$4*68+6*72$	$5*68+10*72$	$6*68+15*72$
	68	208	420	704	1060	1488
$\mathcal{FV} [23]$	$1*8+0*72$	$2*8+1*72$	$3*8+3*72$	$4*8+6*72$	$5*8+10*72$	$6*8+15*72$
	8	88	240	464	760	1128
$\mathcal{FV} [29]$	$1*20+0*72$	$2*20+1*72$	$3*20+3*72$	$4*20+6*72$	$5*20+10*72$	$6*20+15*72$
	20	112	276	512	820	1200

$\mathbb{L}$	$u = 1; S < 0$	$u = 2; S < 0$	$u = 3; S < 0$	$u = 4; S < 0$	$u = 5; S < 0$	$u = 6; S < 0$
--------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------

$\mathcal{FV} [-1]$	$1*32+0*72$	$2*32+1*72$	$3*32+3*72$	$4*32+6*72$	$5*32+10*72$	$6*32+15*72$
	32	136	312	560	880	1272
$\mathcal{FV} [5]$	$1*28+0*72$	$2*28+1*72$	$3*28+3*72$	$4*28+6*72$	$5*28+10*72$	$6*28+15*72$
	28	128	300	544	860	1248
$\mathcal{FV} [11]$	$1*16+0*72$	$2*16+1*72$	$3*16+3*72$	$4*16+6*72$	$5*16+10*72$	$6*16+15*72$
	16	104	264	496	800	1176
$\mathcal{FV} [17]$	$1*4+0*72$	$2*4+1*72$	$3*4+3*72$	$4*4+6*72$	$5*4+10*72$	$6*4+15*72$
	4	80	228	448	740	1104
$\mathcal{FV} [23]$	$1*64+0*72$	$2*64+1*72$	$3*64+3*72$	$4*64+6*72$	$5*64+10*72$	$6*64+15*72$
	64	200	408	688	1040	1464
$\mathcal{FV} [29]$	$1*52+0*72$	$2*52+1*72$	$3*52+3*72$	$4*52+6*72$	$5*52+10*72$	$6*52+15*72$
	52	176	372	640	980	1392

$\mathbb{U}$	$u = 1; S > 0$	$u = 2; S > 0$	$u = 3; S > 0$	$u = 4; S > 0$	$u = 5; S > 0$	$u = 6; S > 0$
$\mathcal{F}_{VII} [1]$	$1*40+0*72$	$2*40+1*72$	$3*40+3*72$	$4*40+6*72$	$5*40+10*72$	$6*40+15*72$
	40	152	336	592	920	1320
$\mathcal{F}_{VII} [7]$	$1*52+0*72$	$2*52+1*72$	$3*52+3*72$	$4*52+6*72$	$5*52+10*72$	$6*52+15*72$
	52	176	372	640	980	1392
$\mathcal{F}_{VII} [13]$	$1*64+0*72$	$2*64+1*72$	$3*64+3*72$	$4*64+6*72$	$5*64+10*72$	$6*64+15*72$
	64	200	408	688	1040	1464
$\mathcal{F}_{VII} [19]$	$1*76+0*72$	$2*76+1*72$	$3*76+3*72$	$4*76+6*72$	$5*76+10*72$	$6*76+15*72$
	76	224	444	736	1100	1536
$\mathcal{F}_{VII} [25]$	$1*88+0*72$	$2*88+1*72$	$3*88+3*72$	$4*88+6*72$	$5*88+10*72$	$6*88+15*72$
	88	248	480	784	1160	1608
$\mathcal{F}_{VII} [31]$	$1*100+0*72$	$2*100+1*72$	$3*100+3*72$	$4*100+6*72$	$5*100+10*72$	$6*100+15*72$
	100	272	516	832	1220	1680

$\mathbb{U}$	$u = 1; S < 0$	$u = 2; S < 0$	$u = 3; S < 0$	$u = 4; S < 0$	$u = 5; S < 0$	$u = 6; S < 0$
$\mathcal{F}_{VII} [1]$	$1*32+0*72$	$2*32+1*72$	$3*32+3*72$	$4*32+6*72$	$5*32+10*72$	$6*32+15*72$
	32	136	312	560	880	1272
$\mathcal{F}_{VII} [7]$	$1*20+0*72$	$2*20+1*72$	$3*20+3*72$	$4*20+6*72$	$5*20+10*72$	$6*20+15*72$
	20	112	276	512	820	1200
$\mathcal{F}_{VII} [13]$	$1*8+0*72$	$2*8+1*72$	$3*8+3*72$	$4*8+6*72$	$5*8+10*72$	$6*8+15*72$
	8	88	240	464	760	1128
$\mathcal{F}_{VII} [19]$	$1*(-4)+0*72$	$2*(-4)+1*72$	$3*(-4)+3*72$	$4*(-4)+6*72$	$5*(-4)+10*72$	$6*(-4)+15*72$
	-4	64	204	416	700	1056
$\mathcal{F}_{VII} [25]$	$1*(-16)+0*72$	$2*(-16)+1*72$	$3*(-16)+3*72$	$4*(-16)+6*72$	$5*(-16)+10*72$	$6*(-16)+15*72$
	-16	40	168	368	640	984
$\mathcal{F}_{VII} [31]$	$1*(-28)+0*72$	$2*(-28)+1*72$	$3*(-28)+3*72$	$4*(-28)+6*72$	$5*(-28)+10*72$	$6*(-28)+15*72$
	-28	16	132	320	580	912

5. Détermination de la primalité/non-primalité de P -

5.1. Détermination du co-indice second M_P

Q_P , co-indice premier de P est constitué de deux termes, l'un des termes étant la somme de coefficients binomiaux.

Soit ψ_Q le premier terme et M_P le second terme (somme de coefficients binomiaux).

$$Q_P = \psi_P + M_P$$

exemple pour $\mathcal{F}_V[11]$, avec $S < 0$:

- pour $u = 1$, on a : $Q_P = 0 + 20C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$, d'où $\psi_P = 0$ et $M_P = 20C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$
- pour $u = 2$, on a : $Q_P = (-4) + 44C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$, d'où $\psi_P = -4$ et $M_P = 44C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$
- pour $u = 3$, on a : $Q_P = (-8) + 68C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$, d'où $\psi_P = -8$ et $M_P = 68C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$
- pour $u = 4$, on a : $Q_P = (-12) + 92C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$, d'où $\psi_P = -12$ et $M_P = 92C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$
- pour $u = 5$, on a : $Q_P = (-16) + 116C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$, d'où $\psi_P = -16$ et $M_P = 116C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$

		i = 1	i = 2	i = 3	i = 4	i = 5
u = 1	$Q_P = 0 + 20 C_{(1,i)} + 8 C_{(2,i)}$	20	48	84	128	180
u = 2	$Q_P = (-4) + 44 C_{(1,i)} + 8 C_{(2,i)}$	40	92	152	220	296
u = 3	$Q_P = (-8) + 68 C_{(1,i)} + 8 C_{(2,i)}$	60	136	220	312	412
u = 4	$Q_P = (-12) + 92 C_{(1,i)} + 8 C_{(2,i)}$	80	180	288	404	528
u = 5	$Q_P = (-16) + 116 C_{(1,i)} + 8 C_{(2,i)}$	100	224	356	496	644

+

		u = 1	u = 2	u = 3	u = 4	u = 5
	$\Psi = 16 C_{(1,u)} + 72 C_{(2,u)}$	16	104	264	496	800

= Δ

Rappel :

pour $P = 2783 \in \mathcal{F}_V[11]$ avec $N = 464$; $\Psi_{2783} = 264$ et $Q_{2783} = 312$

on a

$$\Delta = \Psi_{2783} + Q_{2783} = 264 + 312 = 24^2$$

Nota : Il est également possible de définir M_P en fonction de l'indice u. Par exemple pour $\mathcal{F}_V[11]$, on aura

$$Q_P = (-4)(u-1) + 4(6u-1)C_{(1,i)} + 8 C_{(2,i)}$$

On appellera M_P , co-indice second, le nombre défini par la relation :

$$M_P = Q_P - \psi_M$$

D'où la table des coefficients ψ_M

	u = 1	u = 2	u = 3	u = 4	u = 5	Etc ..
$P \in \mathcal{F}_V[-1] S < 0$:	(-4)	(-8)	(-12)	(-16)	(-20)	Etc ..
$P \in \mathcal{F}_V[-1] S > 0$	0	4	8	12	16	Etc...
$P \in \mathcal{F}_V[5] S < 0$:	(-3)	(-7)	(-11)	(-15)	(-19)	Etc...
$P \in \mathcal{F}_V[5] S > 0$	1	5	9	13	17	Etc...
$P \in \mathcal{F}_V[11] S < 0$:	0	(-4)	(-8)	(-12)	(-16)	Etc...
$P \in \mathcal{F}_V[11] S > 0$	4	8	12	16	20	Etc...
$P \in \mathcal{F}_V[17] S < 0$	5	1	(-3)	(-7)	(-11)	Etc...
$P \in \mathcal{F}_V[17] S > 0$	9	13	17	21	25	Etc...
$P \in \mathcal{F}_V[23] S < 0$	4	0	(-4)	(-8)	(-12)	Etc...
$P \in \mathcal{F}_V[23] S > 0$	8	12	16	20	24	Etc...
$P \in \mathcal{F}_V[29] S < 0$	1	(-3)	(-7)	(-11)	(-15)	Etc...
$P \in \mathcal{F}_V[29] S > 0$	5	9	13	17	21	Etc...
$P \in \mathcal{F}_{VII}[1] S > 0$	(-4)	(-8)	(-12)	(-16)	(-20)	Etc...
$P \in \mathcal{F}_{VII}[1] S < 0$	4	8	12	16	20	Etc...

$P \in \mathcal{F}_{VII} [7] S > 0$	(-3)	(-7)	(-11)	(-15)	(-19)	Etc...
$P \in \mathcal{F}_{VII} [7] S < 0$	5	9	13	17	21	Etc...
$P \in \mathcal{F}_{VII} [13] S > 0$	0	(-4)	(-8)	(-12)	(-16)	Etc...
$P \in \mathcal{F}_{VII} [13] S < 0$	8	12	16	20	24	Etc...
$P \in \mathcal{F}_{VII} [19] S > 0$	5	1	(-3)	(-7)	(-11)	Etc...
$P \in \mathcal{F}_{VII} [19] S < 0$	13	17	21	25	29	Etc...
$P \in \mathcal{F}_{VII} [25] S > 0$	12	8	4	0	(-4)	Etc...
$P \in \mathcal{F}_{VII} [25] S < 0$	24	28	32	36	40	Etc...
$P \in \mathcal{F}_{VII} [31] S > 0$	21	17	13	9	5	Etc...
$P \in \mathcal{F}_{VII} [31] S < 0$	29	33	37	41	45	Etc...

4.5. Condition de primalité / non-primalité de P

Si l'on se réfère à la méthode suivie pour calculer Δ , il vient :

$$\Delta = \Psi + Q_P = S^2 + M_P$$

donnant la condition de primalité/non-primalité de P :

- P sera composé si Q_P est égal à la différence de deux nombres carrés $M_P = \Delta - S^2$
- P sera composé premier si M_P n'est pas égal à la différence de deux nombres carrés.

Dans le cas de l'exemple cité ci-dessus :

pour $P = 2783 \in \mathcal{F}_V [11]$ avec $N_{2783} = 464$; $M_{2783} = 312$, $u = 3$, donc $\psi_{2783} = (-8)$, on a :

$$M_{2783} = Q_{2783} - (-8) = 320$$

$$\Delta = 264 + 312 = 16^2 + 320 = 24^2 :$$

1° Selon la valeur du reste de la division par 36 du nombre, on connaît la famille de nombre F , à laquelle appartient tout nombre P, impair :

$$P = 36.k + R$$

Pour F_V , $R = \{(-1) \text{ ou } 35, 5, 11, 17, 23, 29, 35\}$

Pour F_{VII} , $R = \{1, 7, 13, 19, 25, 31\}$

On en déduit Q_P , puis Ψ , donc M_P , Ψ et S .

Exemple :

pour $F_V [11]$, $S < 0$, la formule donnant M_P , s'écrit :

$$Q_P = \Psi_M + M_P = (-4)(u - 1) + 4(6u-1)C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)},$$

Et

$$M_P = 4(6u-1)C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)},$$

Egal à la différence de deux carrés, donc égal à la somme :

$$(2S + 1) + (2S + 3) + (2S + 5) + \dots + (2S' - 1)$$

Le dernier terme de cette somme donne la valeur de S' , (avec $S' = |i| + |j|$)

$M_P = S'^2 - S^2$, et dans ce cas, le nombre P est composé ;

Dans le cas contraire, P est premier.

5. Exemples de détermination du caractère premier/composé d'un nombre quelconque.

5.1. Première méthode : Par la détermination de M, Q, Ψ , Ψ et S

Exemple : P = 4439

$P = 11 + k * 36 \equiv 36(\text{mod})11$, donc $P \in \mathcal{F}_V[11]$; $k = 123$

$$N_{4439} = 740$$

$$Q_{4439} = [(2*(N_{4439} - 2)/3) + 4] = 496$$

Q_{4439} est de la forme $(-16)+116C_{(1,i)}+8C_{(2,i)}$

Il vient $i_{4439} = 4$ et $u_{4439} = 5$

D'où :

$$\Psi = (-16)$$

$$M_{4439} = Q_{4439} + \Psi = 496 + 16 = 512$$

$$\mathbb{U} = 5*16+10*72 = 800$$

Et :

$$S = 28$$

$$M_{4439} = 57 + 59 + 61 + 63 + 65 + 67 + 69 + 71 = 512 = 36^2 - 28^2$$

$$S' = 36$$

$$\Delta = \mathbb{U} + Q_{4439} = \mathbb{U}^2 + M_{4439} = 800 + 496 = 28^2 + 512 = 1296 = 36^2$$

$$D'où i = 4 \text{ et } j = (-32)$$

$$P = 23*193$$

Exemple : P = 2363

$P = 23 + k * 36 \equiv 36(\text{mod})23$, donc $P \in \mathcal{F}_V[23]$ et $k = 65$

$$N_{2363} = 394$$

$$Q_{2363} = [(2*(N_{2363} - 4)/3) + 8] = 268$$

Q_{2363} est de la forme $(-8)+84C_{(1,i)}+8C_{(2,i)}$

Il vient $i_{2363} = 3$ et $u_{2363} = 3$

D'où :

$$\Psi = (-8)$$

$$M_{2363} = Q_{2363} + \Psi = 268 + 8 = 276$$

$$\mathbb{U} = 3*64+3*72 = 408$$

Et :

$$S = 20$$

$$M_{2363} = 41 + 43 + 45 + 47 + 49 + 51 = 276 = 26^2 - 20^2, \text{ donc } P = 2363 \text{ est composé}$$

$$S' = 26$$

$$\Delta = \mathbb{U} + Q_{2363} = S^2 + M_{2363} = 408 + 268 = 20^2 + 276 = 676 = 26^2$$

$$D'où i = 3 \text{ et } j = (-23)$$

$$P = 17*139$$

Exemple : P = 1969

$P = 25 + k * 36 \equiv 36(\text{mod})25$, donc $P \in \mathcal{F}_{VII}[25]$ et $k = 54$

$$N_{1969} = 328$$

$$Q_{1969} = 16 - (2*(N_{2363} - 4)/3) = (-200)$$

$$Q_{1969} = 40 - 124C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$$

Il vient $|i_{1969}| = 2$ et $u_{1969} = 5$

D'où :

$$\Psi = 40$$

$$M_{1969} = Q_{1969} + \Psi = (-200) + (-40) = (-240)$$

$$\mathbb{U} = 6*(-16)+15*72 = 984$$

Et :

$$S = 28$$

$$M_{1969} = 41 + 43 + 45 + 47 + 49 + 51 = 276 = 32^2 - 28^2, \text{ donc } P = 1969 \text{ est composé}$$

$$S' = 32$$

$$\Delta = \mathbb{U} + Q_{1969} = S^2 + M_{1969} = 984 + (-200) = 32^2 - 240 = 676 = 28^2$$

$$\text{D'où } i = (-2) \text{ et } j = (-30)$$

$$P = 11 * 179$$

$$P = 1493$$

$$P = 17 + k * 36 \equiv 36 \pmod{41}, \text{ donc } P \in \mathcal{F}_{VII} [27] \text{ et } k = 41$$

$$N_{1493} = 249$$

$$Q_{1493} = 2(N-3)/3 + 9 = 173$$

Si P est un nombre premier, alors Q_{1493} doit satisfaire au moins l'une des relations ci-dessous :

Pour $i > 0, j < 0$ et $j > i$ c'est-à-dire $S < 0$, il viendrait pour Q_P :

$5 + 16C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$1 + 40C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-3) + 64C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-7) + 88C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$(-11) + 112C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	Etc...
--------------------------------	--------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------	-------------------------------------	--------

Pour $i < 0, j > 0$ et $j > i$ c'est-à-dire $S > 0$, il vient pour Q_P :

$9 + 16C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$13 + 40C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$17 + 64C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$21 + 88C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	$25 + 112C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)}$	Etc...
--------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	----------------------------------	--------

Or, Il n'existe aucune combinaison de u et i qui puissent satisfaire cette relation. P_{1493} est un nombre premier.

$$P = 1493 \text{ est un nombre premier}$$

avec selon les §2. et suivants

$$(i ; j) = (3 \pm \sqrt{173})/2$$

on a bien :

$$6|(i*j)| + (i+j) = 249$$

$$X = 6*1 - 1 = 6*(3 + \sqrt{173})/2$$

$$Y = 6*1 + 1 = 6*(3 - \sqrt{173})/2$$

$$X*Y = [6*(3 + \sqrt{173})/2] * [6*(3 - \sqrt{173})/2] = 1493$$

5.2. Deuxième méthode : résolution d'une équation paramétrique du second degré

$$\text{Exemple : } P = 18479$$

$$P = 18479 \rightarrow N = 3080 \rightarrow P \in \mathcal{F}_V$$

$$P = 11 + 513*36 \rightarrow P \in \mathcal{F}_V [11] \rightarrow k = 513 \quad i/j = 1 + (1 \pm \sqrt{514})$$

$$Q_{18479} = 2(N - 2)3 - 4 = 2056$$

$$Q_{18479} = -[4(u-1)] + [24(u-1) + 20]C_{(1,i)} + 8C_{(2,i)} = 2056$$

$$\text{Posons } t = u - 1$$

$$Q_{18479} = -4t + [24t + 20]*i + 8*\frac{1}{2}*i*(i-1) = 2056$$

$$Q_{18479} = 4i^2 + 4i(4 + 6t) - 4t = 2056$$

équation paramétrique du second degré. Il vient aisément

$$i = 3, t = 29 \rightarrow u = 30 \rightarrow j = -181 \rightarrow 18479 = (6*181+1)*(6*3-1) = 1087*17$$

P est un nombre composé

Nota : pour les nombres élevés, il semble plus judicieux de résoudre graphiquement l'équation paramétrique afin de mettre immédiatement en évidence son caractère impossible, et par suite la nature « premier » du nombre concerné.

6. Conclusion

Pour tout nombre P tel que

$$P = 6N_P \pm 1 =$$

Il est proposé sa scissiparité en deux nombres, i et j appelés ses « coefficients », tels que

$$N_P = 6 |i| * |j| \pm |i| \pm |j|$$

Pour les nombres composés, les coefficients, i et j , sont rationnels; pour les nombres premiers, i et j , sont irrationnels.

A partir de l'indice N_P , il est déduit un co-indice premier, Q_P , et un co-indice second, M_P . Selon que ce second indice, M_P , est égal ou non à la différence de deux carrés, P sera composé ou premier.

P est premier si $M_P \neq Y^2 - X^2$,

$$\forall X \text{ et } Y \in \mathbb{N}^*$$

P est composé si $M_P = Y^2 - X^2$,

$$X \text{ et } Y \in \mathbb{N}^*$$

L'application d'une extension de la formule de Stirling à P , à son indice N_P , à ses deux co-indices, Q_P et M_P , et aux deux coefficients i et j , permet leur représentation selon les formules habituelles de l'analyse combinatoire. Ces développements qui ne sont pas présentés dans cet article, ont été présentés dans un article publié dans la revue du MIPHI (Moscou) ВЕСТНИК НАЦИОНАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ЯДЕРНОГО УНИВЕРСИТЕТА "МИФИ", 2019, том 8, № 2, с. 175–178)

Il est ainsi possible d'écrire la condition de primalité de P sous la forme suivante :

P est premier si $M_P \neq C_{(1, Y)} - C_{(1, X)} + 2 [C_{(2, Y)} - C_{(2, X)}]$, $\forall X \text{ et } Y \in \mathbb{N}^*$

Biographical notes:

André P. Maïsseu was born in Paris, France in 1942. He is both French and Swiss citizen.

He is an Engineer and a graduate of Ecole Nationale Supérieure d'Ingénieur de Caen (ENSICAEN – 1966), and of Institut National des Sciences et Techniques Nucléaires (INSTN – 1967). He is a Docteur d'Etat es-Sciences-Physiques (1971) and Docteur es Sciences Economiques et de Sciences de Gestion (1976).

He worked 30 years for the French nuclear industry (CEA, then AREVA).

He was nominated Professeur des Universités in 1988 (IAE, University of Paris 1 'Pantheon – La Sorbonne'). He was a Visiting Professor at the University of Wisconsin (1992), Case Western Reserve University, Cleveland, Ohio (1993), and University of South Western Louisiana (1994).

He was the founding President of the World Council of Nuclear Workers (WONUC). He was the Editor-in-chief of the Inderscience Nuclear Collection.

He has published two books, about two hundred scientific articles, one hundred quite fables ("*Les nouvelles fables du Pays francien*") and one novel in Russian ("*Последний полёт*" - издательство оренбургская книга (2014). He is currently publishing a socio-historical publication divided into five volumes ("*de la Féodalité à la Cacocratie*" Ed Persée-Paris).

